

五、六年級必會的計算知識

分數運算

分數是小學階段的關鍵知識點，在小學的學習有分水嶺一樣的階段性標誌，許多難題也是從分數的學習開始遇到的。

分數運算的常考題型有

- 1) 分數的四則混算
- 2) 分數與小數混算
- 3) 繁分數的計算
- 4) 分數的大小比較

一) 分數裂項

將算式中的項進行拆分，使拆分後的項可前後抵消，這種拆項計算稱為裂項法。裂項分為分數裂項和整數裂項，常見的裂項方法是將數字分拆成兩個或多個數字單位的和或差。遇到裂項的計算題時，要仔細的觀察每項的分子和分母，找出每項分子分母之間具有的相同的關係，找出共有部分，裂項的題目無需複雜的計算，一般都是中間部分消去的過程，這樣的話，找到相鄰兩項的相似部分，讓它們消去才是最根本的。

1) 分數裂差

對於分母可以寫作兩個因數乘積的分數，即 $\frac{1}{a \times b}$ 形式的，這裡我們把較小的數寫在前面，即 $a < b$ ，即可進行裂差：
$$\frac{1}{a \times b} = \frac{1}{b-a} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)。$$

2) 分數裂和

分數裂和 $\frac{a+b}{a \times b} = \frac{a}{a \times b} + \frac{b}{a \times b} = \frac{1}{b} + \frac{1}{a}$ 的題目不僅有會「兩兩抵消」，同時還有「分數湊整」，以達到簡化目的。

二) 分數約分抵消

如果題目中有多个分數相乘除時，可利用約分抵消重覆的項，化簡計算過程。

三) 分數大小比較

分數大小比較會用到多種分數運算技巧，包括以下 4 個方法：

- 1) 通分母：分子小的分數小

- 2) 通分子：分母小的分數大
- 3) 比倒數：倒數大的分數小
- 4) 與 1 相減比較法：分別與 1 相減，差大的分數小

四) 循環小數

	純循環小數	混循環小數
分子	循環節中的數字所組成的數	循環小數去掉小數點後的數字所組成的數與不循環部分數字所組成的數的差
分母	n 個 9，其中 n 等於循環節所含的數字個數	按循環位數添 9，不循環位數添 0，組成分母，其中 9 在 0 的左側

常見公式

五) 等差求和

從第二項起，每一項都比前一項大一個固定不變的數，這樣的數列是等差數列。等差數列求和有兩個重要的公式：

$$\text{項數} : \frac{\text{末項} - \text{首項}}{\text{公差}} + 1 \qquad \text{求和} : \frac{(\text{首項} + \text{末項}) \times \text{項數}}{2}$$

六) 平方差公式

平方差指一個平方數減去另一個平方數得來的乘法公式，某些特別的整數相乘，能巧妙地使用平方差來計算，並可減省復雜的計算步驟。其公式為

$$a^2 - b^2 = (a + b) \times (a - b)。$$

五、六年級必會的計算題目

1、【分數裂差】求 $\frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \dots + \frac{1}{31 \times 33}$ 的值。

2、【分數裂差】求 $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56}$ 的值。

3、【分數裂差】求 $\frac{2}{1 \times 2 \times 3} + \frac{2}{2 \times 3 \times 4} + \frac{2}{3 \times 4 \times 5} + \dots + \frac{2}{18 \times 19 \times 20}$ 的值。

4、【分數裂和】求 $\frac{3}{2} - \frac{5}{6} + \frac{7}{12} - \frac{9}{20} + \frac{11}{30} - \frac{13}{42}$ 的值。

5、【分數約分抵消】求 $\left(1\frac{1}{4} + \frac{5}{8} + \frac{5}{16} + \frac{5}{32}\right) \div \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{40} + \frac{1}{80} + \frac{1}{160}\right)$ 的值。

6、【分數約分抵消】求 $\left(2\frac{4}{3} + 1\frac{5}{5} + 1\frac{3}{7} + 1\frac{1}{9}\right) \div \left(3\frac{1}{9} + 1\frac{13}{15} + 1\frac{7}{21} + 1\frac{1}{27}\right)$ 的值。

7、【分數與小數混算】求 $\frac{\frac{5}{0.2}}{0.4} \times 0.3$ 的值。

8、【繁分數的計算】求 $\frac{1}{8} \times \frac{1}{\frac{1}{16}} \times \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{24}}} \times \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{32}}} \times \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{40}}}$ 的值。

9、【繁分數的計算】求 $\frac{3}{10} + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3}}}$ 的值。

10、【繁分數的計算】已知 $4 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1+B}}} = 4\frac{35}{117}$ ，求 B 的值。

11、【分數大小比較】 $\frac{753}{7531}$ 、 $\frac{9753}{97531}$ ，哪一個數字的數值較大？

12、【分數大小比較】 $\frac{1234}{12345}$ 、 $\frac{123}{1234}$ 、 $\frac{12}{123}$ ，哪一個數字的數值最小？

- 13、【循環小數加減】求 $\frac{12}{99} + \frac{230}{999}$ 的值。(答案以循環小數表示)
- 14、【循環小數加減】求 $0.\dot{4}1\dot{3} + 0.\dot{1}\dot{5}$ 的值。(答案以循環小數表示)
- 15、【循環小數加減】求 $0.\dot{3}5\dot{2} - 0.\dot{3}\dot{2}$ 的值。(答案以循環小數表示)
- 16、【等差數列求和】求 $4 + 7 + 10 + 13 + \dots + 100$ 的值。
- 17、【等差數列求和】求 $2019 + 2015 + 2011 + 2007 + \dots + 11 + 7 + 3$ 的值。
- 18、【平方差公式】求 5111×4889 的值。
- 19、【平方差公式】求 $2019^2 - 2018^2 + 2017^2 - 2016^2 + \dots + 3^2 - 2^2 + 1^2$ 的值。
- 20、【平方差公式】求 $\left(31\frac{1}{29} + 29\frac{1}{31}\right) \div \left(\frac{3}{29} + \frac{3}{31}\right)$ 的值。

參考答案：

題號	答案	題號	答案	題號	答案	題號	答案
1	$\frac{5}{33}$	6	$\frac{15}{14}$	11	$\frac{9753}{97531}$	16	1716
2	$\frac{7}{8}$	7	1	12	$\frac{12}{123}$	17	510555
3	$\frac{189}{380}$	8	$\frac{1}{15}$	13	$0.\dot{3}5144\dot{2}$	18	24987679
4	$\frac{6}{7}$	9	1	14	$0.\dot{5}6492\dot{8}$	19	2039190
5	25	10	$\frac{1}{11}$	15	$0.\dot{0}2912\dot{0}$	20	300